

# Спациальная модель для оценки эффектов перетекания волатильности на рынке нефти и газа<sup>\*</sup>

Ефросиния Каратецкая<sup>†</sup>

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
Москва, Россия*

Валерия Лакшина<sup>‡</sup>

*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»,  
Нижний Новгород, Россия*

Статья посвящена моделированию эффектов перетекания волатильности, возникающих на рынке нефти и газа. В статье используются данные по дневным ценам акций шестидесяти семи компаний, принадлежащих к нефтегазовому сектору экономики, в тринадцати странах мира. Оценивание эффектов перетекания волатильности осуществлено с помощью спациальной спецификации многомерной модели волатильности ВЕКК. С помощью теста Вонга сравнивается объясняющая способность спациальной ВЕКК и неспациальных GO-GARCH и ADCC, а с помощью тестов Диболда-Мариано и Хансена-Лунде-Нэйсона — их предсказательная способность. По результатам теста Вонга все три рассматриваемые модели имеют равную объясняющую способность на любом разумном уровне значимости. При вневыборочном сравнении тесты не дают четких свидетельств значимого превосходства спациальной спецификации над остальными моделями.

*Ключевые слова: многомерные модели волатильности, спациальные спецификации, рынок нефти и газа, эффекты перетекания волатильности*

*Классификация JEL: C58, C32, Q49*

## 1 Введение

Эффекты перетекания, или распространения, волатильности (volatility spillover effects, далее ЭПВ) являются важной частью понимания закономерностей функционирования финансовых рынков. ЭПВ представляют собой шоки, возникающие на одном рынке (или его части) и вызывающие изменения цен активов на других рынках (частях рынка) (Schmidt, 2005). Можно рассматривать ЭПВ как результат движения капитала между странами, секторами экономики и другими элементами экономических систем (Dornbusch, Park & Claessens, 2000). Например, волатильность обменных курсов может существенно повлиять на цены товаров и поведение рынков в целом (Akman & Bozkurt, 2016). Моделирование межрыночных связей и совместных движений цен финансовых активов играет существенную роль в решении таких важных для инвесторов, финансовых организаций и органов власти практических задач, как хеджирование и регулирование финансовых рынков.

---

<sup>\*</sup>Цитировать как: Каратецкая, Ефросиния & Валерия Лакшина (2019) «Спациальная модель для оценки эффектов перетекания волатильности на рынке нефти и газа», Квантиль, №14, стр. 83–95. Citation: Karatetskaya, Efrosiniya & Valeriya Lakshina (2019) “Volatility spillovers with spatial effects in the oil and gas market,” Quantile, No.14, pp. 83–95.

<sup>†</sup>Институт статистических исследований и экономики знаний, НИУ ВШЭ, Мясницкая ул., д. 11, каб. 444, Москва, 101000. Электронная почта: [ekarateczkaya@hse.ru](mailto:ekarateczkaya@hse.ru)

<sup>‡</sup>Адрес: Кафедра математической экономики, НИУ ВШЭ, Большая Печерская ул., д. 25/12, каб. 411, Нижний Новгород, 603155. Электронная почта: [vlakshina@hse.ru](mailto:vlakshina@hse.ru)

Одной из первых моделей, позволяющих анализировать ЭПВ, является BEKK (Engle & Kroner, 1995). Впоследствии различные модификации этой модели применялись для дальнейшего изучения ЭПВ, например, модель Jaworski & Pitera (2014), включающая в себя копулы; DECO-FIEGARCH (Mensi, Hammoudeh & Kang, 2017); модель Liu, An, Huang & Wen (2017) с вейвлетами; модель Liu, An, Li, Chen, Feng & Wen (2017), построенная на основе сложных сетей; в Gu, Liu & Weng (2017) предложена модификация модели динамических условных корреляций с применением пространственных матриц для анализа рынка недвижимости.

В данной статье мы сосредоточимся на анализе ЭПВ на рынке энергетических носителей, а именно на рынке нефти и газа. Данной теме посвящено значительное количество статей, в том числе Ewing, Malik & Ozfidan (2002), Arouri, Jouini & Nguyen (2012), Lin, Wesseh & Appiah (2014), Lin, Wesseh & Appiah (2014), Kocaarslan, Sari, Gormus & Soytaş (2017), Liu, An, Huang & Wen (2017) и Liu, An, Li, Chen, Feng & Wen (2017).

Например, Arouri, Jouini & Nguyen (2011), Olson, Vivian & Wohar (2014) и Serletis & Xu (2016) используют модель BEKK для оценки ЭПВ между различными рынками. Их результаты указывают на существование прямого распространения волатильности между нефтяным и фондовым секторами экономики независимо от региона исследования. Более того, они показали, что ЭПВ на рынках усиливаются, когда возникает так называемая «ловушка ликвидности» — ситуация, в которой краткосрочная номинальная процентная ставка равна или близка к нулю, — то есть нетрадиционная денежно-кредитная политика укрепляет связи между нефтяным и финансовым рынками.

Liu, An, Huang & Wen (2017) применяют BEKK с вейвлетами для анализа частотных характеристик ЭПВ, используя данные цен на сырую нефть марки WTI, индексов S&P500 и ММВБ. Авторы находят эмпирические доказательства наличия передачи информации между рынком сырой нефти и фондовым рынком США, которая в основном поддерживается в краткосрочном периоде и ослабевает в долгосрочном периоде постепенно.

Однако, несмотря на то, что такие модели достаточно понятны и удобны для оценивания и интерпретации ЭПВ, существует проблема нелинейного роста числа оцениваемых параметров, или «проклятие размерности». Чтобы преодолеть эту проблему, Caropin & Paguolo (2015) предложили так называемые спатильные спецификации многомерных моделей волатильности.

Спатильная спецификация позволяет учитывать как временные, так и пространственные эффекты в динамике волатильности (Caropin & Paguolo, 2015). Такие эффекты моделируются с использованием весовых матриц, заданных экзогенно. Элементы весовой матрицы либо являются нулями и единицами (тогда она называется бинарной матрицей), либо определяются с помощью экономических расстояний (см., например, Borovkova, 2016). В литературе можно найти примеры применения спатильных спецификаций многомерных моделей волатильности для решения различных финансовых задач, включая расчет оптимального коэффициента хеджирования (Gu, Liu & Weng, 2017), прогнозирования (Анатольев & Храпов, 2019), моделирования эффектов распространения волатильности (Jaworski & Pitera, 2014; Chen & Tian, 2017).

Основная цель данной работы — провести эмпирический анализ ЭПВ на рынке нефти и газа, используя спатильные спецификации многомерных моделей GARCH. В рамках исследования будет проведено сравнение объясняющей и прогнозной силы спатильной BEKK с моделью обобщенной ортогональной GARCH (GO-GARCH, Weide, 2002) и моделью асимметричных динамических условных корреляций (ADCC, Cappiello, Engle & Sheppard, 2006). Указанные модели широко применяются для оценивания ЭПВ, см., например, Kocaarslan, Sari, Gormus & Soytaş (2017) и Gu, Liu & Weng (2017).

## 2 Методология

### 2.1 Многомерные модели волатильности

Основные предпосылки подавляющего большинства рассматриваемых многомерных моделей волатильности заключаются в следующем. Имеется  $n$  временных рядов длины  $T$  для доходностей  $n$  финансовых активов, (1). Доходности  $x_t$  вычисляются как разность логарифмов цен активов в момент времени  $t$ :  $x_t = \log P_t - \log P_{t-1}$ . Логарифмирование цен финансовых активов восходит к работам «отца» финансовой экономики Луи Башелье (Bachelier, 1900). Итак,

$$x_t = \mathbb{E}(x_t | \mathcal{F}_{t-1}) + y_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (1)$$

где  $x_t$  — вектор доходностей финансовых активов размера  $n \times 1$  в момент времени  $t$ ,  $\mathcal{F}_{t-1}$  — вся имеющаяся к моменту  $t - 1$  информация,  $y_t$  — инновации. Уравнение для инноваций, в свою очередь, выглядит как

$$y_t = \Sigma_t^{1/2} \zeta_t, \quad \zeta_t \sim f(0, \Sigma_\zeta; \theta), \quad (2)$$

где  $\Sigma_t$  — условная дисперсия доходностей, или матрица волатильности, т. е.  $\Sigma_t = \mathbb{E}(y_t y_t^T | \mathcal{F}_{t-1})$ ;  $\zeta_t$  — случайная компонента, или стандартизованные инновации;  $f(0, \Sigma_\zeta; \theta)$  — закон распределения вероятностей случайной компоненты с математическим ожиданием 0 и дисперсией  $\Sigma_\zeta$ , вектор  $\theta$  содержит остальные параметры распределения  $f$ . Модели различаются по тому, как параметризована матрица волатильности.

Далее в данной работе мы рассмотрим ряд таких параметризаций, включая, модели BEKK, GO-GARCH и ADCC.

**BEKK** Среди многомерных моделей волатильности модель BEKK, названная по первым буквам фамилий ее создателей — Baba, Engle, Kraft & Kroner (1989), является одной из наиболее простых и интуитивно понятных для интерпретации. В этой модели динамика волатильности задается уравнением

$$\Sigma_t = CC^T + \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^q A_{ik} y_{t-i} y_{t-i}^T A_{ik}^T + \sum_{k=1}^K \sum_{j=1}^p B_{jk} \Sigma_{t-j} B_{jk}^T, \quad (3)$$

где  $A, B, C$  — матрицы параметров размера  $n \times n$ , причем  $C$  — нижнетреугольная матрица;  $p$  и  $q$  имеют тот же смысл, что и в модели GARCH( $p, q$ ), т.е. порядок авторегрессии и скользящего среднего;  $K$  — порядок модели BEKK;  $\top$  означает транспонирование.

В Engle & Kroner (1995) доказано, что при  $p = q = K = 1$  стационарность в ковариациях матрицы волатильности достигается, если собственные числа матрицы  $A_{11} + B_{11}$  по модулю меньше единицы. При этом в данной модели матрица волатильности положительно определена по построению, т. е. дополнительные условия положительности не требуются. В дальнейшем будет рассматриваться модель BEKK с  $p = q = K = 1$ .

**GO-GARCH** В модели GO-GARCH (обобщенной ортогональной GARCH, Weide, 2002) матрица волатильности параметризована следующим образом:

$$\Sigma_t = X V_t X^T, \quad (4)$$

где  $X$  — матрица, параметризация которой основана на сингулярном разложении (подробности см. в Weide, 2002),  $V_t$  — диагональная матрица, вектор диагональных элементов которой задан уравнением

$$v_t = c + A(y_{t-1} \odot y_{t-1}) + B v_{t-1}, \quad (5)$$

где  $A$  и  $B$  — диагональные матрицы,  $c$  — вектор размера  $n \times 1$ ,  $\odot$  — поэлементное произведение. Уравнение (5) эквивалентно  $n$  одномерным GARCH моделям.

**ADCC** Матрица волатильности в модели с асимметричными динамическими условными корреляциями (ADCC, Capriello, Engle & Sheppard, 2006) параметризована следующим образом:

$$\Sigma_t^{ADCC} = D_t R_t D_t, \quad (6a)$$

$$D_t = \text{diag}(d_t), \quad d_t \odot d_t = v_t, \quad (6b)$$

$$R_t = \text{diag}\left(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{nn,t}^{-1/2}\right) Q_t \text{diag}\left(q_{11,t}^{-1/2} \dots q_{nn,t}^{-1/2}\right), \quad (6c)$$

$$Q_t = (1 - \alpha - \beta)\bar{Q} + \alpha y_{t-1} y_{t-1}^\top + \beta Q_{t-1} + \gamma \tilde{y}_{t-1} \tilde{y}_{t-1}^\top, \quad (6d)$$

где  $R_t$  — условная корреляционная матрица доходностей,  $\alpha, \beta, \gamma$  — параметры, причем  $\gamma$  отвечает за эффекты асимметрии в волатильности,  $\tilde{y}_{t-1}$  — инновации с нулевым порогом, которые равны  $y_t$ , когда  $y_t$  меньше нуля, и нулю в противном случае. Если параметр  $\gamma$  равен нулю, то получаем модель динамических условных корреляций (Engle, 2002).

## 2.2 Спациальная спецификация ВЕКК

Для моделирования ЭПВ в настоящей работе применяются спациальные спецификации многомерной модели волатильности ВЕКК (Лакшина, 2014; Caporin & Paruolo, 2015; Анатольев & Храпов, 2019). Данный подход аналогичен Billio, Caporin, Frattarolo & Pelizzon (2016), где спациальная ВЕКК применяется для анализа доходности государственных облигаций. Спациальная спецификация модели ВЕКК получается следующим образом:

$$A = \text{diag}(a_0) + \text{diag}(a_1)W, \quad B = \text{diag}(b_0) + \text{diag}(b_1)W, \quad (7a)$$

$$CC^\top = D^{-1} \text{diag}(d_0)(D^\top)^{-1}, \quad D = I_n - \text{diag}(d_1)W, \quad (7b)$$

где  $a_0, a_1, b_0, b_1, d_0, d_1$  — векторы размерности  $n \times 1$ ,  $W$  — весовая матрица,  $\text{diag}(v)$  — диагональная матрица с вектором  $v$  на главной диагонали.

Элементы весовой матрицы  $W$  отражают степень пространственной зависимости между активами. При определении элементов матрицы  $W$  естественно использовать принцип, согласно которому соседние активы оказывают наибольшее влияние друг на друга. Arnold, Stahlberg & Wied (2013) выделяют три различных типа пространственной зависимости для доходности акций: общая зависимость, зависимость внутри отраслей промышленности и зависимость на основе географического положения.

Если пространственная зависимость определяется с помощью качественного критерия, например, принадлежности к стране или сектору экономики, то матрица  $W$  является бинарной:

$$W_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если актив } j \text{ является соседом для актива } i, \\ 0, & \text{иначе.} \end{cases} \quad (8)$$

Соседями в данном случае называются активы, принадлежащие к одной группе согласно выбранному критерию, например, принадлежащие одной отрасли экономики. По соглашению актив не является соседом самому себе, поэтому на главной диагонали весовой матрицы находятся нули.

Если же выбранный критерий является количественным, то элементы весовой матрицы обычно обратно пропорциональны экономическому расстоянию между активами. Например,  $W_{ij}$  может рассчитываться как ядро би-квадрат от экономического расстояния (см.,

например, Балаш, Балаш & Харламов, 2011):

$$W_{ij} = \left( 1 - \left( \frac{d_{ij}}{b} \right)^2 \right)^2, \quad (9)$$

где  $b$  — расстояние до самого дальнего соседа,  $d_{ij}$  — экономическое расстояние между активами  $i$  и  $j$ , которое вычисляется следующим образом:

$$d_{ij} = \left( \sum_1^k \left( p_i^{(k)} - p_j^{(k)} \right)^2 \right)^{1/k}, \quad (10)$$

где  $k$  — число показателей, учитываемых при расчете экономического расстояния. Очевидно, что с ростом расстояния  $d_{ij}$  степень взаимодействия между активами  $w_{ij}$  снижается. Строки весовой матрицы  $W$  нормированы на единицу, поэтому каждый элемент строки весовой матрицы показывает долю влияния, которая приходится на актив  $i$  со стороны его  $j$ -го соседа.

В рамках данного исследования использована однородная спатальная ВЕКК-спецификация, предполагающая следующие ограничения на векторы параметров:

$$a_0 = \alpha_0 \mathbf{1}_n, a_1 = \alpha_1 \mathbf{1}_n; b_0 = \beta_0 \mathbf{1}_n, b_1 = \beta_1 \mathbf{1}_n; d_1 = \delta_1 \mathbf{1}_n, \quad (11)$$

где  $\mathbf{1}_n$  — единичный вектор размерности  $n$ , а  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0, \beta_1, \delta_1$  — параметры.

### 2.3 Прогнозирование и критерии сравнения

Для построения одношагового прогноза было использовано свойство рекурсивности уравнения волатильности. Например, для модели ВЕКК прогноз  $\hat{\Sigma}_{L+1}^f$  рассчитывается как

$$\hat{\Sigma}_{L+1}^f = CC^\top + Ay_L y_L^\top A^\top + B\Sigma_L B^\top, \quad (12)$$

где  $L$  — длина внутривыборочного интервала.

Многошаговый прогноз оценивается на основании блочного бутстрапа, как в Billio, Caporin, Frattarolo & Pelizzon (2016). Алгоритм включает в себя несколько шагов. Сначала на внутривыборочном интервале оцениваются параметры уравнения волатильности и рассчитывается матрица волатильности  $\Sigma_t$  в каждый момент времени от 1 до  $L$ . На втором шаге рассчитываются стандартизованные инновации для каждого момента времени:

$$\varepsilon_t = \Sigma_t^{-1/2} y_t. \quad (13)$$

На третьем шаге с помощью случайного выбора с возвращением формируется  $B$  бутстраповских выборок длины  $R$  для стандартизованных инноваций. Обычно  $R = T - L$  — длина вневыборочного интервала. Поскольку бутстрап осуществляется для временных рядов, бутстраповские выборки состоят из блоков длины  $h$  исходного вектора стандартизованных инноваций. На четвертом шаге для каждого  $r$  рассчитываются бутстрапированные инновации  $\hat{y}_{L+r}^{[b]}$  и матрица волатильности  $\hat{\Sigma}_{L+r}^{[b]}$ :

$$\hat{y}_{L+r}^{[b]} = \hat{\Sigma}_{L+r}^{-\frac{1}{2}} \hat{\varepsilon}_{L+r}^{[b]}, \quad (14a)$$

$$\hat{\Sigma}_{L+r+1}^{[b]} = \hat{C}\hat{C}^\top + \hat{A}\hat{y}_{L+r}^{[b]}\hat{y}_{L+r}^{[b]\top}\hat{A}^\top + \hat{B}\hat{\Sigma}_{L+r}^{[b]}\hat{B}^\top, \quad (14b)$$

где  $r = 1, \dots, R$ ,  $b = 1, \dots, B$ . На пятом шаге для каждого  $r$  вычисляется прогноз матрицы волатильности путем усреднения по всем бутстрапированным значениям матрицы волатильности:

$$\hat{\Sigma}_{L+r} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^B \hat{\Sigma}_{L+r}^{[b]}. \quad (15)$$

В настоящей работе  $B = 10000$ .

Для сравнения объясняющей и прогнозной силы спатальной спецификации ВЕКК в качестве бенчмарка взяты модели GO-GARCH и ADCC (см. выше). Все модели оцениваются методом максимального правдоподобия:

$$LL = -\frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \ln(\det(H_t)) + y_t^\top \Sigma_t^{-1} y_t. \quad (16)$$

Внутривыборочное сравнение производится с помощью теста Вонга (Vuong, 1989), который может применяться для вложенных моделей. Вневыборочное сравнение производится с помощью тестов Диболда-Мариано (Diebold & Mariano, 1995) и Хансена-Лунде-Нэйсона (Hansen, Lunde & Nason, 2011). Для расчета решающей статистики теста применяются три функции потерь (см. Laurent, Rombouts & Violante, 2012):

$$g_1 = \text{tr} \left( (\Sigma_t - \hat{\Sigma}_t)^\top (\Sigma_t - \hat{\Sigma}_t) \right), \quad (17a)$$

$$g_2 = \text{tr}(\hat{\Sigma}_t^{-1} \Sigma_t) - \log |\hat{\Sigma}_t^{-1} \Sigma_t| - n, \quad (17b)$$

$$g_3 = \frac{1}{6} \text{tr} \left( \Sigma_t^3 - \hat{\Sigma}_t^3 \right) - \frac{1}{2} \text{tr} \left( \hat{\Sigma}_t^2 (\Sigma_t - \hat{\Sigma}_t) \right), \quad (17c)$$

где  $\Sigma_t$  означает истинное значение условной ковариационной матрицы,  $\hat{\Sigma}_t$  — ее прогноз. Первая функция потерь  $g_1$  представляет собой норму Фробениуса и эквивалентна среднеквадратической ошибке для матриц; вторая функция потерь  $g_2$  «налагает штраф» за недооценку прогнозной величины; третья функция потерь  $g_3$  «налагает штраф» за переоценку прогнозной величины. Так как истинное значение условной ковариационной матрицы неизвестно, то в качестве  $\Sigma_t$  используется  $y_t y_t^\top$ .

Суть процедуры Хансена-Лунде-Нэйсона (Hansen, Lunde & Nason, 2011) заключается в том, чтобы путем проведения последовательности тестов выявить множество моделей, предсказательная способность которых превосходит таковую для моделей, не входящих в это множество. При этом гипотеза об одинаковой предсказательной способности моделей, входящих во множество, не отклоняется.

### 3 Оценка эффектов перетекания волатильности для нефтегазового рынка

В настоящей работе используются данные 67 компаний, относящихся к нефтегазовому сектору экономики, из 13 стран мира (Аргентина, Китай, Колумбия, Габон, Кувейт, Нигерия, Катар, Россия, Саудовская Аравия, Южная Африка, Таиланд, Турция и Перу). Для международных компаний страной считается страна, в которой расположен головной офис компании. Страны, вошедшие в выборку, представляют собой страны с уровнем дохода выше среднего и высоким уровнем дохода по классификации Всемирного банка. Данные взяты за период с 27 апреля 2015 г. по 18 января 2018 г., что составляет 634 наблюдения. Источником данных является база данных Thomson Reuters Eikon<sup>1</sup>. Описательная статистика визуализирована с помощью гистограмм ввиду большого числа компаний в выборке, см. Рис. 1.

<sup>1</sup><https://eikon.thomsonreuters.com/>

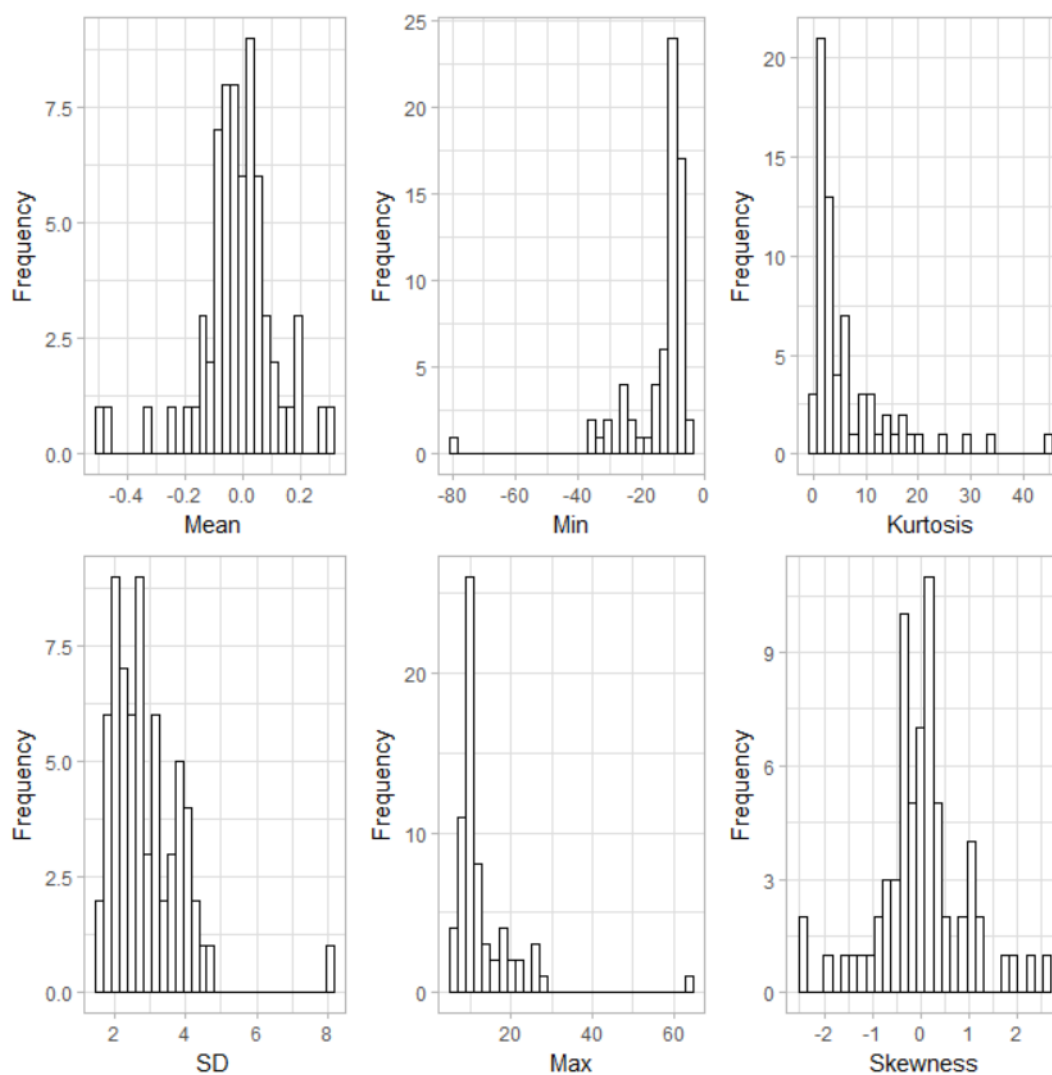


Рис. 1: Описательная статистика

Для построения весовых матриц  $W$  использованы следующие критерии: принадлежность к стране, принадлежность к определенной группе по классификатору Thomson Reuters Business Classification (таблица 1), рыночная капитализация, размер активов компании и прибыль. На основании первых двух критериев построена бинарная весовая матрица  $W_{bin}$ , каждый недиагональный элемент которой принимает значение 1, если компании, соответствующие этому элементу, находятся в одной стране и одной классификационной группе. Последние три показателя взяты за 2016 г. и используются для расчета второй весовой матрицы  $W_{dist}$ , элементы которой отражают экономическое расстояние между фирмами согласно формуле (10).

Вычисления проводились с помощью сервиса Amazon Elastic Compute Cloud<sup>2</sup>, а также пакетов *rmgarch* (Ghalanos, 2015) и *optimx* (Nash, 2014) для языка программирования R.

Оцененные параметры для обеих весовых матриц статистически значимы на уровне 5%. В таблице 2 приведены информационные критерии Akaike и Schwarz для исследуемых моделей. Информационные критерии вычислялись по формулам:  $AIC = -LL/n + 2m/n$ ,  $BIC = -LL/n + 2m \ln n/n$ , где  $m$  — количество оцениваемых параметров в модели. Согласно таблице 2, спатильная ВЕКК обладает наибольшим значением функции правдоподобия с учетом

<sup>2</sup><https://aws.amazon.com/ru/ec2/>

Таблица 1: Отраслевые группы классификатора TRBC

Code	Activity	Group
5010202010	Oil & Gas Exploration and Production (NEC)	Activity1
5010201010	Integrated Oil & Gas	Activity2
5010202013	Natural Gas Exploration & Production - Onshore	Activity3
5010203010	Oil & Gas Refining and Marketing (NEC)	Activity4
5010203011	Petroleum Refining	Activity5
5010203012	Gasoline Stations	Activity6
5010202011	Oil Exploration & Production - Onshore	Activity7
5010202015	Unconventional Oil & Gas Production	Activity8

числа наблюдений и параметров.

Таблица 2: Информационные критерии

Критерий / модель	AIC	BIC
S-BEKK ( $W_{dist}$ )	199,46	201,18
ADCC	294,36	318,75
GO-GARCH	297,85	409,77

Поскольку применение информационных критериев для невложенных моделей может быть не совсем корректным, мы проведем внутривыборочное сравнение с помощью теста Вонга (Vuong, 1989).

### 3.1 Внутривыборочное сравнение

По результатам внутривыборочного сравнения согласно тесту Вонга нулевая гипотеза об одинаковой прогнозной силе спатальной БЕКК и остальных моделей не отклоняется на любом разумном уровне значимости (таблица 3).

Таблица 3: P-значение для теста Вонга

Модель	GO-GARCH	ADCC
S-BEKK, $W_{bin}$	0,14	0,32
S-BEKK, $W_{dist}$	0,14	0,26

Примечание:  $p > 0,1$ ; \* $p < 0,1$ ; \*\* $p < 0,05$ ; \*\*\* $p < 0,01$ .

### 3.2 Вневыборочное сравнение

Вневыборочное сравнение спатальной БЕКК и других моделей для одношагового и многошагового прогнозов дает неоднозначные результаты (таблица 4). В частности, при одношаговом прогнозе спатальная БЕКК демонстрирует одинаковую прогнозную способность с моделями GO-GARCH и ADCC для функции потерь  $g_3$ , «штрафующей» переоценку волатильности. Для многошагового прогноза спатальная БЕКК превосходит по прогнозной силе GO-GARCH для функции потерь  $g_2$ , «штрафующей» недооценку волатильности. В остальных случаях GO-GARCH и ADCC значимо лучше, чем спатальная БЕКК согласно тесту Диболда-Мариано.

Таблица 4: Статистика теста Диболда-Мариано

Модель/Функция потерь	$g_1$	$g_2$	$g_3$
Одношаговый прогноз			
S-BEKK и GO-GARCH	6,26***	7,04***	-0,18
S-BEKK и ADCC	10,60***	11,15***	1,00
Многошаговый прогноз			
S-BEKK и GO-GARCH	130,26***	-7,42***	47,60***
S-BEKK и ADCC	129,91***	14,97***	47,60***

Примечание:  $p > 0, 1$ ; \* $p < 0, 1$ ; \*\* $p < 0, 05$ ; \*\*\* $p < 0, 01$ .

Результаты процедуры MCS для одношагового и многошагового прогнозов представлены в таблице 5.

Таблица 5: Множество моделей, полученное в ходе теста Хансена-Лунде-Нэйсона

Функция потерь	$g_1$	$g_2$	$g_3$
Одношаговый прогноз			
Модели	ADCC	ADCC	S-BEKK и ADCC
Многошаговый прогноз			
Модели	ADCC	GO-GARCH	ADCC

Примечание:  $p > 0, 1$ ; \* $p < 0, 1$ ; \*\* $p < 0, 05$ ; \*\*\* $p < 0, 01$ .

Видно, что для одношагового прогноза наилучшей моделью для функций потерь  $g_1$  и  $g_2$  является ADCC. Что касается функции потерь  $g_3$ , то полученный набор моделей состоит из спатальной BEKK и ADCC.

В случае многошагового прогноза, результаты указывают на то, что модель ADCC входит в полученный, согласно тестированию Хансена-Лунде-Нэйсона, набор моделей в двух случаях из трех для функций потерь  $g_1$  и  $g_3$ . Для  $g_2$  лучшей моделью оказалась GO-GARCH.

Таким образом, по результатам внутривыборочного сравнения спатальная BEKK обладает такой же объясняющей способностью, что и модели-бенчмарки GO-GARCH и ADCC. При вневыборочном сравнении спатальная BEKK демонстрирует менее стабильные результаты. Для цели данного исследования, а именно, оценки ЭПВ, решающее значение все же имеет объясняющая способность, в чем спатальная BEKK не уступает моделям-бенчмаркам согласно тесту Вонга на любом разумном уровне значимости. Поэтому спатальная BEKK может считаться в данном случае пригодным инструментом для оценки ЭПВ. Более того, достоинством данной модели является то, что она позволяет учитывать взаимосвязи между компаниями.

### 3.3 Визуализация эффектов перетекания волатильности

Оценки параметров спатальной BEKK могут применяться для визуализации ЭПВ.

На Рис. 2 показан граф, в котором каждая вершина соответствует фирмам, принадлежащим указанной рядом с вершиной отраслевой группе согласно таблице 1. Вес ребра (толщина на рисунке) соответствует размеру ЭПВ между двумя вершинами, т.е. среднему значению ЭПВ по фирмам, относящимся к двум вершинам, которые соединяются ребром. Цвет ребра

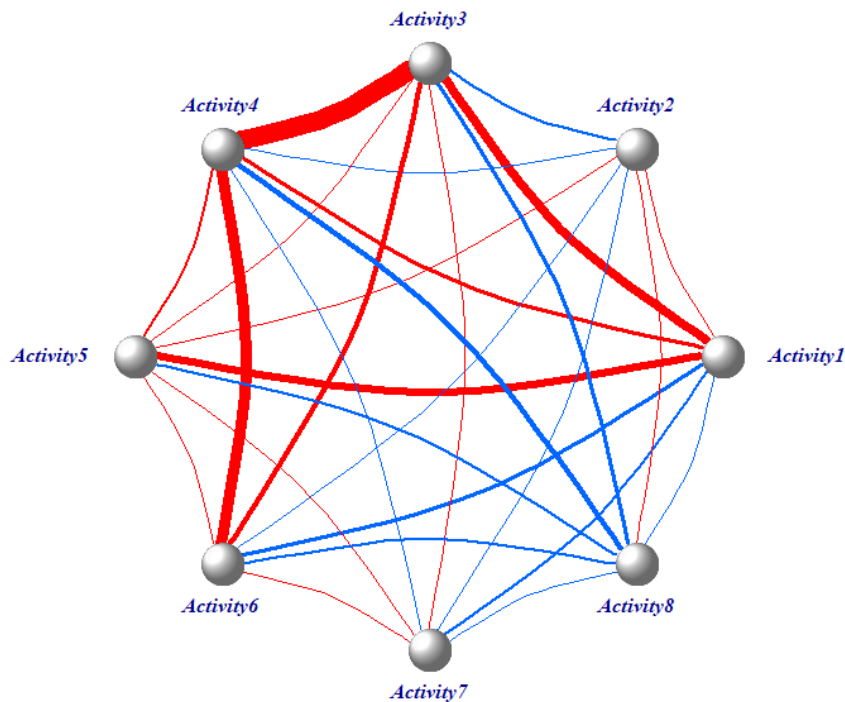


Рис. 2: Эффекты перетекания волатильности для весовой матрицы  $W_{bin}$

указывает на знак ЭПВ: красный — для положительных значений, синий — для отрицательных. По Рис. 2 видно, что наибольший положительный ЭПВ наблюдается между группами 3 и 4, т.е. «разведка и добыча природного газа на суше» и «нефтегазопереработка». Наибольший отрицательный ЭПВ наблюдается между группами 4 и 8, т.е. «нефтегазопереработка» и «нетрадиционная добыча нефти и газа».

ЭПВ между фирмами, принадлежащими к различным странам, показаны на Рис. 3. Наибольшая положительная связь наблюдается между Аргентиной и Колумбией. Также имеет место значительный ЭПВ между двумя этими странами и Россией. Наиболее сильные отрицательные ЭПВ наблюдаются между Китаем и Аргентиной, Россией и Саудовской Аравией, Аргентиной и Нигерией.

## 4 Заключение

Эффекты распространения волатильности играют важную роль в управлении финансовыми рисками и связаны с пространственными зависимостями между активами. Это подтверждает актуальность использования спатальной ВЕКК, которая учитывает пространственную зависимость между активами с помощью весовых матриц, выражающих степень близости активов или экономическое расстояние между ними. Кроме того, такая спецификация решает проблему нелинейного роста числа параметров относительно числа активов (т.н. «проклятие размерности»).

В статье рассмотрены 67 компаний нефтегазового сектора, расположенные в 13 странах. Пространственная зависимость между компаниями моделируется на основе информации о принадлежности к экономическому сектору, стране, а также экономическому расстоянию.

С помощью теста Вонга сравнивается объясняющая способность спатальной ВЕКК и неспатальных GO-GARCH и ADCC, а с помощью тестов Диболда-Мариано и Хансена-Лунде-Нэйсона с применением трех функций потерь — их предсказательная способность.

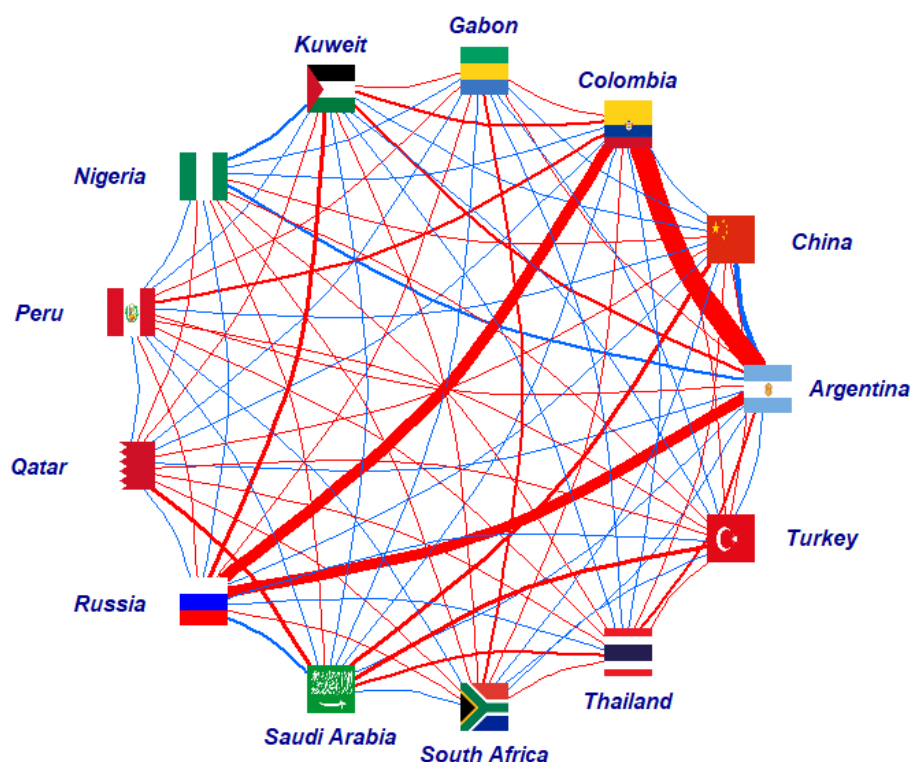


Рис. 3: Эффекты перетекания волатильности для весовой матрицы  $W_{bin}$

По результатам теста Вонга все три рассматриваемые модели имеют равную объясняющую способность на любом разумном уровне значимости. При вневыборочном сравнении тесты не дают четких свидетельств значимого превосходства пространственной спецификации над остальными моделями. При этом для функции потерь, налагающей «штраф» за переоценку волатильности, пространственная ВЕКК демонстрирует одинаковую предсказательную способность с другими анализируемыми моделями для одношагового прогноза.

Полученные оценки показывают наличие положительных и отрицательных эффектов перетекания волатильности между исследуемыми активами. Например, наибольший положительный ЭПВ наблюдается между группами активов, принадлежащим к таким секторам нефтегазового рынка, как «разведка и добыча природного газа на суше» и «нефтегазопереработка». Наибольший отрицательный ЭПВ наблюдается между группами «нефтегазопереработка» и «нетрадиционная добыча нефти и газа».

## Список литературы

- Анатольев, С. & С. Храпов (2019). Улучшают ли пространственные структуры прогнозы волатильности? *Квантиль* 14, 63–81.
- Балаш, В., О. Балаш & А. Харламов (2011). Эконометрический анализ геокодированных данных о ценах на жилую недвижимость. *Прикладная эконометрика* 2, 62–77.
- Лакшина, В. (2014). Можно ли снять «проклятие размерности»? Пространственные спецификации многомерных моделей волатильности. *Прикладная эконометрика* 4, 61–78.
- Akman, E. & I. Bozkurt (2016). On the mixed indirect effects of oil prices on international trade. *OPEC Energy Review* 40, 374–396.
- Arnold, M., S. Stahlberg & D. Wied (2013). Modeling different kinds of spatial dependence in stock returns. *Empirical Economics* 44, 761–774.

- Arouri, M., J. Jouini & D. Nguyen (2011). Volatility spillovers between oil prices and stock sector returns: Implications for portfolio management. *Journal of International Money and Finance* 30, 1387–1405.
- Arouri, M., J. Jouini & D. Nguyen (2012). On the impacts of oil price fluctuations on European equity markets: Volatility spillover and hedging effectiveness. *Energy Economics* 34, 611–617.
- Baba, Y., R. Engle, D. Kraft & K. Kroner (1989). Multivariate Simultaneous Generalized ARCH. Working paper, University of California, San Diego.
- Bachelier, L. (1900). *Théorie de la Spéculation*. Gauthier-Villars.
- Billio, M., M. Caporin, L. Frattarolo & L. Pelizzon (2016). Networks in risk spillovers: A multivariate GARCH perspective. Working paper, University of Venice “Ca’ Foscari”.
- Borovkova, S.A. (2016). Spatial GARCH: A spatial approach to multivariate volatility modelling. Working paper, Vrije Universiteit Amsterdam.
- Caporin, M. & P. Paruolo (2015). Proximity-structured multivariate volatility models. *Econometric Reviews* 34, 559–593.
- Cappiello, L., R.F. Engle & K. Sheppard (2006). Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial Econometrics* 4, 537–572.
- Chen, X. & Y. Tian (2017). Impact effects and spatial volatility spillover effects of sovereign credit rating downgrades – Empirical analysis of multivariate spatial BEKK-GARCH model based on symbolic transfer entropy. *Boletín Técnico* 55(9), 614–623.
- Diebold, F.X. & R.S. Mariano (2002). Comparing predictive accuracy. *Journal of Business & Economic Statistics* 20, 134–144.
- Dornbusch, R., Y.C. Park & S. Claessens (2000). Contagion: Understanding how it spreads. *World Bank Research Observer* 15, 177–197.
- Engle, R. & K.F. Kroner (1995). Multivariate simultaneous generalized ARCH. *Econometric Theory* 11, 122–150.
- Ewing, B., F. Malik & O. Ozfidan (2002). Volatility transmission in the oil and natural gas markets. *Energy Economics* 24, 525–538.
- Ghalanos, A. (2015). rmgarch: Multivariate GARCH models. R package version 1.3-0.
- Gu, H., Z. Liu & Y. Weng (2017). Time-varying correlations in global real estate markets: A multivariate GARCH with spatial effects approach. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 471, 460–472.
- Hansen, P.R., A. Lunde & J.M. Nason (2011). The model confidence set. *Econometrica* 79, 453–497.
- Jaworski, P. & M. Pitera (2014). On spatial contagion and multivariate GARCH models. *Applied Stochastic Models in Business and Industry* 30, 303–327.
- Kocaarslan, B., R. Sari, A. Gormus & U. Soytas (2017). Dynamic correlations between BRIC and U.S. stock markets: The asymmetric impact of volatility expectations in oil, gold and financial markets. *Journal of Commodity Markets* 7, 41–56.
- Laurent, S., J.V.K. Rombouts & F. Violante (2012). On the forecasting accuracy of multivariate GARCH models. *Journal of Applied Econometrics* 27, 934–955.
- Lin, B., P. Wesseh & M. Appiah (2014). Oil price fluctuation, volatility spillover and the Ghanaian equity market: Implication for portfolio management and hedging effectiveness. *Energy Economics* 42, 172–182.
- Liu, X., H. An, S. Huang & S. Wen (2017). The evolution of spillover effects between oil and stock markets across multi-scales using a wavelet-based GARCH–BEKK model. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 465, 374–383.
- Liu, X., H. An, H. Li, Z. Chen, S. Feng & S. Wen (2017). Features of spillover networks in international financial markets: Evidence from the G20 countries. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 479, 265–278.
- Mensi, W., S. Hammoudeh & S. Kang (2017). Risk spillovers and portfolio management between developed and BRICS stock markets. *North American Journal of Economics and Finance* 41, 133–155.
- Nash, J.C. (2014). On best practice optimization methods in R. *Journal of Statistical Software* 60, 1–14.
- Olson, E., A. Vivian & M. Wohar (2014). The relationship between energy and equity markets: Evidence from volatility impulse response functions. *Energy Economics* 43, 297–305.

- Schmidt, A. (2005). Chapter 1: Introduction. Глава в *Quantitative Finance for Physicists* под редакцией A.B. Schmidt. Academic Press Advanced Finance. Boston: Academic Press, 1–4.
- Serletis, A. & L. Xu (2016). The zero lower bound and crude oil and financial markets spillovers. *Macroeconomic Dynamics* 22, 654–665.
- Weide, R. van der (2002). GO-GARCH: A multivariate generalized orthogonal GARCH model. *Journal of Applied Econometrics* 17, 549–564.

## Volatility spillovers with spatial effects in the oil and gas market

**Efrosiniya Karatetskaya**

*National Research University Higher School of Economics, Moscow, Russia*

**Valeriya Lakshina**

*National Research University Higher School of Economics, Nizhni Novgorod, Russia*

The article is devoted to estimation of volatility spillovers in the oil and gas market accounting for cross-sectional dependence. We use data on daily stock returns of 67 companies from the oil and gas sector from 13 countries. The volatility spillovers are estimated via a spatial specification of the BEKK model. Using the Vuong test, we compare explanatory power of the spatial BEKK and non-spatial GO-GARCH и ADCC models, the Diebold-Mariano and Hansen-Lunde-Nason tests being used for evaluating the predictive ability. The Vuong test reveals equal explanatory ability of the three models at any reasonable significance level. In the out-of-sample comparison, the tests do not provide clear evidence of significant superiority of the spatial specification over the other models.

*Keywords: multivariate volatility models, spatial specifications, oil and gas market, volatility spillover effects*

*JEL Classification: C58, C32, Q49*

